

## Tech-News 04/04 Fachgebiet: Stahlbeton

Von

Dr-Ing. H.-U. Gauger

Prüfingenieur für Baustatik

Dossenheimer Landstr. 100

69121 Heidelberg

### DIN 1045-1 Querkraft

#### 1. Allgemeines

Der nachfolgende Beitrag enthält für gängige und einfache Anwendungsfälle verkürzte Formeln aus der DIN 1045-1. Es soll damit das Verständnis für die Querkraftbemessung geweckt werden.

Der nachfolgende Beitrag ersetzt keinesfalls den umfangreichen, originalen Normtext, welcher bei der praktischen Arbeit immer im Hintergrund gegenwärtig sein sollte.

Die Querkraftbemessung lässt sich wie folgt zum Ausdruck bringen:

Es ist nachzuweisen, dass der Bemessungswert der einwirkenden Querkraft  $V_{Ed}$  den Bemessungswiderstand der Querkraft  $V_{Rd}$  nicht überschreitet.

#### 1.1 Begriffserklärung

Nachfolgend werden nur die wichtigsten Begriffe erläutert. Weitere Begriffserklärungen finden sich im Verlauf des Textes jeweils bei den betreffenden Formeln. Einige Formeln sind dimensionsgebunden, deshalb wird dort die Begriffserklärung mit den entsprechend zu verwendenden Dimensionen wiederholt.

$f_{ck}$	charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit
$f_{ctm}$	Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons
$f_{cd}$	Bemessungswert der einaxialen Festigkeit des Betons
$f_{yd}$	Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls
$h$	Höhe, Bauteildicke
$d$	statische Nutzhöhe der Biegebewehrung im betrachteten Querschnitt
$z$	innerer Hebelarm im betrachteten Bauteilabschnitt
$\Theta$	Neigungswinkel der Druckstreben im Fachwerkmodell für die Querkraftbemessung

#### 2. Bemessungswert der einwirkenden Querkraft $V_{Ed}$

Bei der Festlegung der maßgebenden Querkraft unterscheidet die DIN 1045-1 zwischen direkter und indirekter Auflagerung.

#### 2.1 Definition der direkten Auflagerung

In DIN 1045-1, 7.3.1 (7) wird definiert, wann eine direkte Auflagerung vorliegt.

Im Falle einer direkten Lagerung wird die Auflagerkraft des gestützten Bauteils durch Druckspannungen am unteren Querschnittsrand des Bauteils aufgenommen. Bei monolithischer Verbindung darf dies angenommen werden, wenn der Abstand der Unterkante des gestützten Bauteils zur Unterkante des stützenden Bauteils größer ist als die Höhe des gestützten Bauteils (Bild1).

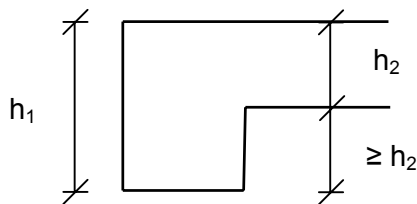
Andernfalls ist von einer indirekten Lagerung auszugehen

In der bildlich erklärenden Definition der DIN 1045-1 wird nicht darauf eingegangen, wie zu verfahren ist, wenn die Oberkanten der beiden Bauteile auf unterschiedlichen Höhen liegen. Die DIN 1045-1 könnte hier so verstanden werden, dass die in Bild 2 wiedergegebenen und mit /1/ gekennzeichneten geometrischen Verhältnisse einzuhalten sind.

Zur Abgrenzung der anzunehmenden Auflagerbedingungen bei sehr ungleichen Dickenverhältnissen von Haupt- und Nebenträger wird in /3/ jedoch auch für DIN 1045-1 die Einhaltung des bisherigen Kriteriums für die unmittelbare Stützung gefordert (Einbindung der gesamten Höhe des Nebenträgers oberhalb der Schwerlinie des Hauptträgers). Da das Kriterium „indirektes Auflager“ auch für die Anordnung einer Aufhängebewehrung in DIN 1045-1, 13.11 herangezogen wird, ist diese Forderung sinnvoll und notwendig.

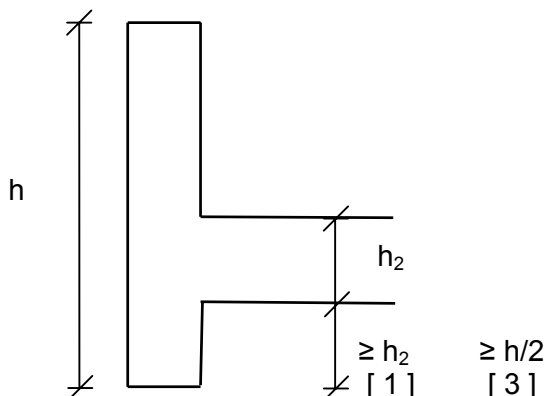
In /6/ wird für die Abgrenzung zwischen direkter und indirekter Lagerung die Lage des gedachten Knotens herangezogen, der aus dem Zugband der unteren Bewehrungslage und der letzten Druckstrebe des gestützten Bauteils gebildet wird. Liegt dieser Knoten in der oberen Hälfte des tragenden Querschnittes des stützenden Bauteiles, so liegt eine direkte Lagerung vor.

In der alten DIN 1045-88 wird die direkte Auflagerung als unmittelbare Stützung bezeichnet. Auf eine genaue Definition wird in DIN 1045-88 verzichtet. Im Heft 400 des DAfStb wird für Platten die unmittelbare Stützung jedoch so angegeben, dass das zu stützende Bauteil in der oberen Hälfte des stützenden Bauteiles monolithisch einbindet. Hier spielt also im Gegensatz zu DIN 1045-1 die Höhe des zu stützenden Bauteiles keine Rolle.



### **Bild 1**

Definition der direkten Lagerung bzw. unmittelbaren Stützung nach DIN 1045-1



### **Bild 2**

Direkte Auflagerung bei nach oben überstehendem, stützendem Bauteil

## 2.2 Definition der maßgebenden Querkraft

Für die Bemessung der Schubbewehrung sowie für den Nachweis der Bauteile für welche keine Schubbewehrung erforderlich ist, darf bei gleichmäßig verteilter Last und direkter Lagerung die Querkraft im Abstand  $d$  ( $d$  = statische Nutzhöhe nach DIN 1045-1) vom Auflagerrand der Bemessung zugrunde gelegt werden.

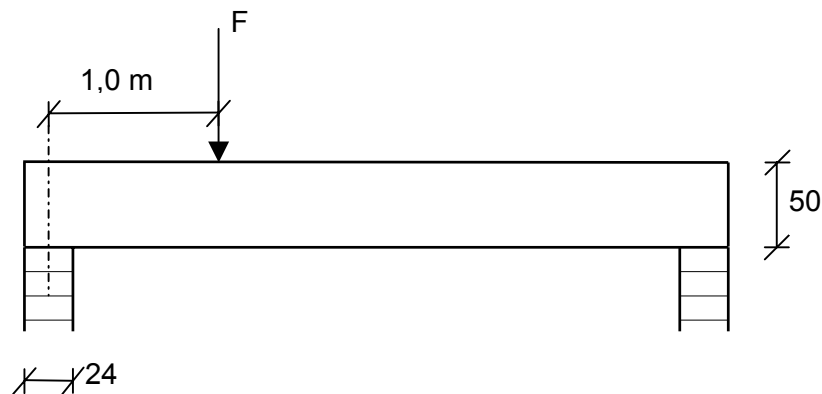
In DIN 1045-88 liegt der maßgebende Bemessungsschnitt in  $0,5 \cdot h$  ( $h$  = statische Nutzhöhe nach DIN 1045-88) vom Auflagerrand.

Dieser Abstand wurde nun in der neuen DIN 1045-1 verdoppelt. Es ergibt sich somit für Balken mit einer Stützweite von etwa 2 mal der Trägerhöhe eine Bemessungsquerkraft Null für die Bügelbemessung, was den fließenden Übergang zum wandartigen Träger darstellt.

Bei direkter Auflagerung dürfen nach DIN 1045-1 Einzellasten im Abstand  $x \leq 2,5 \cdot d$  vom Auflagerrand mit dem Beiwert  $\beta = x / (2,5 \cdot d)$  abgemindert werden.

Bisher war in DIN 1045-88 der Abminderungsfaktor  $a / (2 \cdot h)$ . Der Wert  $a$  wurde jedoch von der Auflagermitte aus gemessen (siehe Bild 3).

Die Abminderungen für auflagernahe Einzellasten gelten selbstverständlich nicht für den Nachweis der Druckstrebenfestigkeit ( $V_{Rd,max}$ )



nach DIN 1045 – 1

$$h = 0,50 \text{ m} \quad d = 0,45 \text{ m} : \quad \beta = \frac{(1,0 - 0,12)}{2,5 \cdot 0,45} = 0,78$$

nach DIN 1045 – 88

$$h = 0,45 \text{ m} \quad d = 0,50 \text{ m} : \quad a = 1,0 \text{ m} \geq 2 \cdot h$$

keine Abminderung erlaubt.

### Bild 3

Vergleich der Abminderung der maßgebenden Querkraft für die Ermittlung der Querkraftbewehrung.

### 3. Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft $V_{Rd}$

#### 3.1 Bauteile ohne Querkraftbewehrung

Einachsig gespannte Platten mit  $b/h > 5$  sowie alle zweiachsig gespannten Platten dürfen ohne Querkraftbewehrung ausgeführt werden.

Als Kriterium hierfür gilt der Wert  $V_{Rd,ct}$ . Liegt die einwirkende Querkraft  $V_{Ed}$  unter diesem Wert, so ist keine Querkraftbewehrung erforderlich.

Der Wert  $V_{Rd,ct}$  kann durch 2 verschiedene Gleichungen (Gl. (70) und Gl. (72) in DIN 1045-1) alternativ ermittelt werden.

Die aufnehmbare Querkraft  $V_{Rd,ct}$  nach Gleichung (70) ist abhängig vom Bewehrungsgrad, der vorhandenen Betonlängsspannung, den Querschnittsabmessungen und der Betonzugfestigkeit (ausgedrückt durch die Abhängigkeit von der 3. Wurzel der Betondruckfestigkeit).

Die aufnehmbare Querkraft  $V_{Rd,ct}$  nach Gleichung (72) wird über die Begrenzung der Hauptzugsspannungen im Querschnitt auf  $f_{ctk;0,05}/\gamma_c$  ermittelt und führt nach /4/ i. d. Regel nur bei unverbügelten Spannbetonbauteilen zu einer wirtschaftlichen Lösung. Es wird deshalb nachfolgend nur Gl. (70) der DIN 1045-1 in vereinfachter Form wiedergegeben.

Für Normalbeton ohne Längskraft vereinfacht sich die dimensionsgebundene Gleichung zu

$$V_{Rd,ct} = 0,10 \cdot \kappa \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d \quad [\text{N}] \quad (1)$$

Mit  $\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$

$b_w$  kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone des Querschnittes in mm  
 $d$  statische Nutzhöhe der Biegebewehrung im betrachteten Querschnitt in mm

$\rho_l$  Längsbewehrungsgrad mit  $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02$

$A_{sl}$  die Fläche der Zugbewehrung, die mindestens um das Maß  $d$  über den betrachteten Querschnitt hinaus geführt wird und dort wirksam verankert wird (siehe Bild 32 der DIN 1045-1).

$f_{ck}$  charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit in  $\text{N/mm}^2$

Diese Gleichung wird nachfolgend für die Betongüte  $f_{ck} 20/25$  in Bild 4 graphisch aufbereitet, so dass in Abhängigkeit der statischen Nutzhöhe  $d$  und der vorhandenen Bewehrung der Bemessungswert  $V_{Rd,ct}$  einfach abgelesen werden kann.

In Bild 4 wurden zum Vergleich mit DIN 1045-88 die Linien für B25 und gestaffelte Bewehrung ( $T_{011, Zeile1a} = 0,35 \text{ N/mm}^2$ ) mit folgenden Annahmen eingetragen:

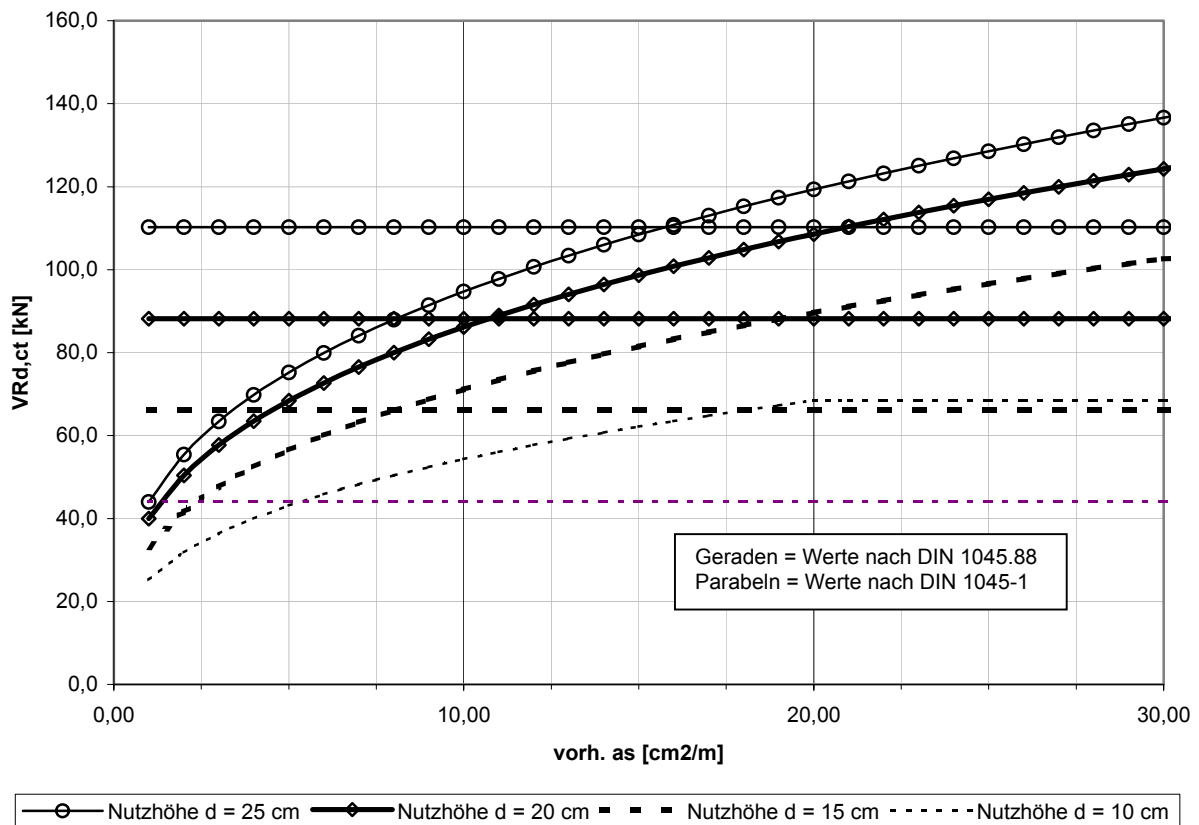
$$g/p = 0,7/0,3 \text{ und daraus ein gemittelter Wert } \gamma = 1,40$$

$$k_z = 0,9$$

$$\text{so dass sich zum Vergleich ergibt. „} V_{Rd,ct} \text{“} = 1,4 \cdot 350 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \cdot d$$

Bei üblichem Bewehrungsgrad ergeben sich gegenüber DIN 1045-88 verminderte Querkrafttagfähigkeiten, jedoch ist bei praxisüblichen Deckenkonstruktionen auch in Zukunft keine Querkraftbewehrung erforderlich (vgl./4/).

Zusätzlich zum errechneten Wert  $V_{Rd,ct}$  muß auch bei unbewehrten Bauteilen der Wert der Druckstreben Tragfähigkeit  $V_{Rd,max}$  noch kontrolliert werden. Dieser Wert wird jedoch nur bei sehr hohen Druckkräften maßgebend.



**Bild 4** Bemessungswiderstand  $V_{Rd,ct}$  für Deckenplatten ohne Schubbewehrung für die Betongüte  $f_{ck}$  20/25

## 3.2 Bauteile mit Querkraftbewehrung

### 3.2.1 Vorbemerkung

Bei der Querkraftbemessung wird der einwirkenden Querkraft  $V_{Ed}$  die aufnehmbare Querkraft  $V_{Rd}$  gegenübergestellt. Als Grundlage für die Querkraftbemessung dient ein Fachwerkmodell mit Rissreibung. In /5/ wird die Querkraftbemessung anschaulich erläutert: Deshalb wird im folgenden auf die dort dargelegten Sachverhalte auszugsweise und komprimiert zurückgegriffen.

Die aufnehmbare Querkraft setzt sich zusammen durch die Anteile

$$V_{Rd,c} = \text{aufnehmbare Querkraft durch Rissreibung, im folgenden Betontraganteil genannt.}$$

$$V_{Rd,sy} = \text{aufnehmbare Querkraft der Querkraftbewehrung, Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung}$$

Die aufnehmbare Querkraft dieser beiden Traganteile kann nicht beliebig gesteigert werden. Sie wird nach oben hin begrenzt durch die maximale Tragfähigkeit der geeigneten Betondruckstreben.

$$V_{Rd,max} = \text{maximal aufnehmbare Querkraft, Tragfähigkeit der geeigneten Betondruckstreben.}$$

Für die weiteren Betrachtungen werden zur Vereinfachung folgende Randbedingungen vorausgesetzt:

- Normalbeton, kein Leichtbeton
- Beton ohne Längsnormalkräfte ( $\sigma_{cd} = 0$ )
- Lotrechte Bügel ( $\alpha = 90^\circ$ )

Der Betontraganteil ist dann nur noch abhängig von der charakteristischen Betondruckfestigkeit. Die dimensionsgebundene Gleichung (74) der DIN 1045-1 vereinfacht sich zu:

$$V_{Rd,c} = 0,24 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot b_w \cdot z \quad [N] \quad \leq 0,6 \cdot V_{Ed} \quad (2)$$

$f_{ck}$  charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit in  $N/mm^2$   
 $b_w$  kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone des Querschnittes in mm  
 $z$  innerer Hebelarm im betrachteten Bauteilabschnitt in mm

Die Druckstrebenneigung des Fachwerks hängt nur noch ab von der Ausnutzung des Betontraganteils (Rissreibung)  $V_{Rd,c}$  durch die einwirkende Querkraft  $V_{Ed}$ .

Aus Gleichung (73) der DIN 1045-1 erhält man:

$$\cot \Theta = 1,2 / (1 - V_{Rd,c} / V_{Ed}) \quad \leq 3,0 \quad (3)$$

Ist die Ausnutzung des Betontraganteils (Rissreibung)  $V_{Rd,c}$  groß, was bei kleinen Querkraften der Fall ist, so wird die Neigung der Druckstrebe flacher. Die Begrenzung auf  $\cot \Theta \leq 3,0$  bedeutet, dass maximal 60% der einwirkenden Querkraft durch den Betontraganteil (Rissreibung)  $V_{Rd,c}$  abgetragen werden dürfen, was in Gleichung (2) durch die Begrenzung auf  $0,6 \cdot V_{Ed}$  zum Ausdruck kommt.

Bei großer Querkraftbeanspruchung, wenn die einwirkende Querkraft  $V_{Ed}$  ein mehrfaches des Betontraganteils beträgt, strebt der Druckstrebenwinkel  $\cot \Theta$  gegen 1,2. Das heißt, dass die Neigung der Druckstreben steiler und der Anteil des Betontraganteils (Rissreibung)  $V_{Rd,c}$  am Lastabtrag geringer wird.

### **3.2.2 Bemessung**

Die Bemessung der Querkraftbewehrung kann mittels zweier unterschiedlicher, jedoch gleichwertiger Rechengänge erfolgen, wenn die Randbedingungen gemäß Abschnitt 3.2.1 vorliegen.

#### **1. Alternative**

- Ermittlung des Betontraganteils  $V_{Rd,c}$  gemäß Gleichung (2)
- Ermittlung der Neigung  $\Theta$  der Druckstreben gemäß Gleichung (3)
- Ermittlung der erforderlichen Querkraftbewehrung durch Gleichung (75) der DIN 1045-1, welche aufgelöst nach  $A_{sw} / s_w = a_{sw} [cm^2/m]$  lautet:

$$a_{sw} = V_{Ed} / (z \cdot f_{yd} \cdot \cot \Theta) \quad (4)$$

$f_{yd}$  Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls  
 $s_w$  der Abstand der zur Bauteilachse rechtwinkligen Bewehrung in Richtung der Bauteilachse gemessen

- Überprüfung der maximalen Tragfähigkeit der geneigten Druckstrebe nach Gleichung (76) der DIN 1045-1 (Voraussetzung Normalbeton):

$$V_{Rd,max} = 0,75 \cdot b_w \cdot z \cdot f_{cd} / (\cot \Theta + \tan \Theta) \quad (5)$$

$f_{cd}$  Bemessungswert der einaxialen Festigkeit des Betons

## 2.Alternative

- Ermittlung des Betontraganteils  $V_{Rd,c}$  gemäß Gleichung (2)
- Ermittlung der erforderlichen Querkraftbewehrung mit nachfolgender Gleichung (6). Sie entsteht, indem Gleichung (3) direkt in Gleichung (4) eingesetzt wird und kann wie folgt interpretiert werden:  
Von der einwirkenden Querkraft wird der Rissreibungsanteil abgezogen und für die so verbleibende Querkraft erfolgt die Bemessung mit dem Druckstrebenneigungswinkel  $\cot \Theta = 1,2$ .

$$a_{sw} = V_{Ed} - V_{Rd,c} / (z \cdot f_{yd} \cdot 1,2) \quad (6)$$

- Überprüfung der max. Tragfähigkeit der geneigten Druckstrebe nach Gleichung (5).  
Um hierbei nicht extra den Neigungswinkel  $\cot \Theta$  der Druckstrebe bestimmen zu müssen, kann zunächst vereinfacht auf der sicheren Seite  $\cot \Theta = 3,0$  angenommen werden, was zur kleinsten Tragfähigkeit führt. Es ergibt sich dann .

$$V_{Rd,max} = 0,225 \cdot b_w \cdot z \cdot f_{cd} \quad (7)$$

Erst wenn die Tragfähigkeit nach Gleichung (7) nicht ausreichend ist, empfiehlt es sich mit den Gleichungen (2), (3) und (5) den exakten Wert für  $V_{Rd,max}$  zu ermitteln.



### **3.2.4 Vergleich mit DIN 1045-88**

In /5/ ist ein Beispiel enthalten, in dem die erforderlichen Bewehrungsmengen nach neuer DIN 1045-1 und alter DIN 1045-88 gegenübergestellt werden. In diesem Beispiel wird ersichtlich, dass nach neuer DIN 1045-1 deutlich weniger Querkraftbewehrung (teilweise nur noch ca. 60%) erforderlich ist, als nach alter DIN 1045-88.

Als Ursache hierfür werden das neue Bemessungsmodell sowie das Sicherheitskonzept, die Lage des Bemessungsschnittes und der Ansatz des inneren Hebelarmes (nach DIN 1045-1 im Allgemeinen mit  $z = 0,9 d$  anzunehmen) aufgeführt.

## **4. Konstruktive Vorgaben und Regeln**

### **4.1 Mindestbewehrung**

Nach DIN 1045-1 ist eine Mindestquerkraftbewehrung erforderlich, welche in der Lage sein muss, das schlagartige Versagen beim Übergang vom ungerissenen System zum Fachwerkmodell zu verhindern.

Der Mindestbewehrungsgrad der Querkraftbewehrung ist deshalb abhängig vom Verhältnis  $f_{ctm}/f_y$  mit:

$f_{ctm}$  Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons

$f_{yd}$  Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls

Fasst man unter folgenden Voraussetzungen

- Ausschluss gegliederter Querschnitte mit vorgespanntem Zuggurt
- Verwendung von BSt 500 für die Querkraftbewehrung
- Betongüte  $\leq C50/60$

die Vorgaben der DIN 1045-1 (Kap. 13.2.3 und Tab. 29) zusammen, und drückt den Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons gemäß Tabelle 9 der DIN 1045-1 durch die charakteristische Druckfestigkeit des Betons aus, so lässt sich für die Mindestquerkraftbewehrung in der folgenden dimensionsgebundenen Formel schreiben:

$$\min a_{sw} = 0,96 \cdot b_w \cdot f_{ck}^{2/3} \approx b_w \cdot f_{ck}^{2/3} \quad [\text{cm}^2/\text{m}] \quad (8)$$

mit:

$\min a_{sw}$  Mindestbewehrungsgrad in  $\text{cm}^2/\text{m}$   
 $b_w$  Stegbreite des Querschnittes in m  
 $f_{ck}$  charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit in  $\text{N}/\text{mm}^2$

### **4.2 Konstruktionsregeln**

Die Querkraftbewehrung darf aus einer Kombination folgender Bewehrungen bestehen:

- Bügel, die die Längszugbewehrung und die Druckzone umfassen
- Schrägstäbe
- Querkraftzulagen in Form von Körben, Leitern usw., die ohne Umschließung der Längsbewehrung verlegt sind.

In Balken müssen mindestens 50% der aufzunehmenden Querkraft durch Bügel abgedeckt sein. In Platten mit  $V_{Ed} \leq 0,3 \cdot V_{Rd,max}$  darf die Querkraftbewehrung vollständig aus

Schrägstäben oder Querkraftzulagen bestehen. Wird diese Schranke überschritten, so sind hier ebenfalls 50% der aufzunehmenden Querkraft durch Bügel abzudecken.

Die größten Längs- und Querabstände von Bügelschenkeln und Querkraftzulagen sind von der Ausnutzung des Querschnittes sowie bei Balken zusätzlich von der verwendeten Betongüte abhängig.

Sie sind nachfolgend für Normalbeton  $\leq C 50/60$  tabellarisch zusammengefasst (siehe DIN 1045-1, Tab. 31)

	Balken		Platten	
	längs	quer	längs	quer
$V_{Ed} \leq 0,30 \cdot V_{Rd,max}$	$0,7 \cdot h \leq 30 \text{ cm}$	$h \leq 80 \text{ cm}$	$0,7 \cdot h$	$h$
$0,30 \cdot V_{Rd,max} \leq V_{Ed} \leq 0,60 \cdot V_{Rd,max}$	$0,5 \cdot h \leq 30 \text{ cm}$	$h \leq 60 \text{ cm}$	$0,5 \cdot h$	$h$
$V_{Ed} > 0,60 \cdot V_{Rd,max}$	$0,25 \cdot h \leq 20 \text{ cm}$	$h \leq 60 \text{ cm}$	$0,25 \cdot h$	$h$

**Tab. 1:** größte Längs- und Querabstände von Bügelschenkeln und Querkraftzulagen für Normalbeton  $\leq C 50/60$

## 5. Literatur

- /1/ DIN 1045-1, Ausgabe Juli 2001
- /2/ DIN 1045-88
- /3/ Betonkalender 2002; Grundlagen der Bemessung von Beton-, Stahlbeton und Spannbetonbauwerken nach DIN 1045-1, S. 217-359
- /4/ J. Hegger, St. Görtz; Querkraftbemessung nach DIN 1045-1; Beton und Stahlbetonbau 97, 2002, Heft 9, S.460 – 470
- /5/ U. Albrecht; Querkraftbemessung nach DIN 1045-1; Beton und Stahlbetonbau 98, 2003, Heft 5, S.268 - 276
- /6/ Heft 525 Deutscher Ausschuss für Stahlbeton; Erläuterungen zu DIN 1045-1