

Tech-News 01/04 Folge 2 Fachgebiet : Stahlbeton

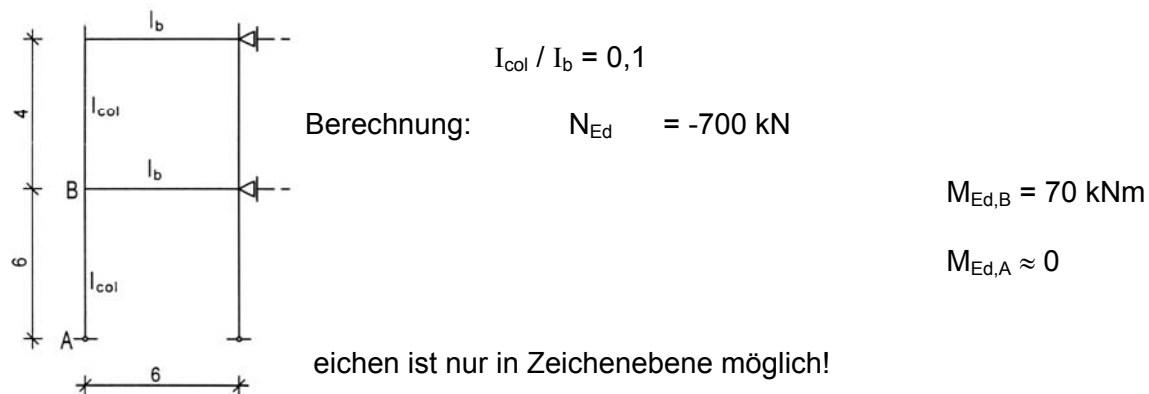
von
 Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle
 Prüferingenieur für Baustatik VPI
 Kastenwörthstr. 17
 76287 Rheinstetten

DIN 1045-1 Bemessung schlanker Druckglieder

Beispiel 1:

Randstütze in einem ausgesteiften Hochbau (Erdgeschossstütze)

1.1 System und Belastung



Stützenquerschnitt $b/h/d = 30/30/25,5 \text{ cm}$

Beton C 20/25 $f_{cd} = 0,85 \cdot 2,0 / 1,5 = 1,13 \text{ kN/cm}^2$

Betonstahl BSt 500 $S f_{yd} = 500 / 1,15 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$

1.2 Ermittlung der Ersatzlänge und der Schlankheit

$$k_A \text{ oder } k_B = \frac{\sum \frac{E_{cm} \cdot I_{col}}{\ell_{col}}}{\sum \frac{E_{cm} \cdot \alpha_b \cdot I_b}{\ell_b}} = \frac{\sum \frac{I_{col} / I_b}{\ell_{col}}}{\sum \frac{\alpha_b \cdot I_b / I_b}{\ell_b}} \quad (\alpha_b = 1)$$

Knoten A (Fußpunkt)

$k_A = \infty$ (gelenkige Lagerung)

Knoten B (Kopfende)

$$k_B = \frac{\sum \frac{I_{col} / I_b}{\ell_{col}}}{\sum \frac{1,0 \cdot I_b / I_b}{\ell_b}} = \frac{\frac{0,1}{4} + \frac{0,1}{6}}{\frac{1,0 \cdot 1}{6}} = 0,25 < 0,4$$

gesetzt: $k_B = 0,4$

aus Nomogramm (unverschiebliches System): $\beta \approx 0,8$

damit: $l_0 = \beta \cdot l_{\text{col}} = 0,8 \cdot 6,0 = 4,8 \text{ m} = 480 \text{ cm}$

mit: $i = h / \sqrt{12} = 8,66 \text{ cm}$

ergibt sich: $\lambda = l_0 / i = 480 / 8,66 = 55,4$

1.3 Notwendigkeit der Untersuchung am verformten System

$$\lambda_{\text{crit}} = 25 \cdot (2 - e_{01} / e_{02}) \quad (\text{Gleichung 30 DIN 1045 - 1})$$

$$e_{01} = 0$$

$$e_{02} = 70/700 = 0,1 \text{ m}$$

$$\text{vorh } \lambda = 55,4 > \lambda_{\text{crit}} = 25 \cdot (2 - 0/0,1) = 50$$

Eine Untersuchung am verformten System nach Theorie II. Ordnung ist erforderlich!

1.4 Modellstützenverfahren

1.4.1 planmäßige Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung

Für Druckglieder in unverschieblichen Rahmentragwerken mit konstantem Querschnitt ohne Querlasten darf die planmäßige Lastausmitte e_0 nach DIN 1045-1, 8.6.5(6) vereinfachend angesetzt werden zu:

$$e_0 = 0,6 \cdot e_{02} + 0,4 \cdot e_{01} \geq 0,4 \cdot e_{02}$$

hier ergibt sich:

$$e_0 = 0,6 \cdot 0,1 + 0,4 \cdot 0 = 0,06 \text{ m} = 6,0 \text{ cm}$$

1.4.2 Lastausmitte aus geometrischen Ersatzimperfectionen

Nach DIN 1045-1, 8.6.4(1) ergibt sich mit:

$$e_a = \alpha_{a1} \cdot l_0 / 2$$

$$h_{\text{ges}} = l_{\text{col}} = 600 \text{ cm}$$

$$\text{und } \alpha_{a1} = \frac{1}{100 \sqrt{h_{\text{ges}}}} = \frac{1}{100 \sqrt{6,0}} \approx \frac{1}{245}$$

$$e_a = \frac{1}{245} \cdot \frac{480}{2} = 0,98 \text{ cm}$$

1.4.3 zusätzliche Lastausmitte nach Theorie II. Ordnung

Nach DIN 1045-1 beträgt die zusätzliche Ausmitte nach Theorie II. Ordnung vereinfachend:

$$e_2 = K_1 \cdot (1/r) \cdot l_0^2 / 10$$

(Gleichung 38 DIN 1045-1)

Die Krümmung $(1/r)$ im kritischen Querschnitt darf ermittelt werden zu:

$$\frac{1}{r} = 2 \cdot K_2 \cdot \varepsilon_{yd} / (0,9 \cdot d) \quad (\text{Gleichung 39 DIN 1045 - 1})$$

mit

$$K_2 = (N_{ud} - N_{Ed}) / (N_{ud} - N_{bal}) \leq 1$$

(Gleichung 40 DIN 1045-1)

und

$$N_{ud} = -(f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s)$$

$$N_{bal} = -(0,4 \cdot f_{cd} \cdot A_c)$$

Es ergibt sich:

$$K_1 = 1 \text{ wegen } \lambda > 35$$

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s = 435 / 200000 = 2,175 \cdot 10^{-3}$$

$$N_{Ed} = -700 \text{ kN}$$

$$N_{bal} = -(0,4 \cdot f_{cd} \cdot A_c) = -(0,4 \cdot 1,133 \cdot 30 \cdot 30) \approx -408 \text{ kN}$$

$$\text{Annahme: } \omega_{tot} = 0,50 ; \text{ damit } A_{s,tot} = 0,50 \cdot A_c \cdot f_{cd} / f_{yd} \approx 12 \text{ cm}^2$$

$$N_{ud} = -(f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s) \approx -(1,133 \cdot 30 \cdot 30 + 43,5 \cdot 12) \approx -1542 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} K_2 &= (N_{ud} - N_{Ed}) / (N_{ud} - N_{bal}) \\ &= (1542 - 700) / (1542 - 408) \\ &= 0,74 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r} = 2 \cdot K_2 \cdot \varepsilon_{yd} / (0,9 \cdot d) = 2 \cdot 0,74 \cdot 2,175 \cdot 10^{-3} / (0,9 \cdot 0,255) \approx \frac{1}{71} \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$$

und damit:

$$e_2 = K_1 \cdot (1/r) \cdot l_0^2 / 10 = 1 \cdot \frac{1}{71} \cdot 4,8^2 / 10 \approx 0,032 \text{ m} = 3,2 \text{ cm}$$

1.4.4 Bemessung

Die Bemessungsschnittgrößen betragen:

$$N_{Ed} = -700 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,tot} = N_{Ed} \cdot e_{tot}$$

$$= N_{Ed} \cdot (e_0 + e_a + e_2)$$

$$= 700 \cdot (6,0 + 0,98 + 3,2)$$

$$= 7126 \text{ kNcm}$$

$$= 71,3 \text{ kNm} \quad (< M_{Ed} = N_{Ed} \cdot h / 20 = 10,5 \text{ kNm} ; \text{ DIN 1045-1, 8.6.3(9)})$$

Die Bemessung erfolgt mit dem Interaktionsdiagramm für $d_1/h = 4,5/30 = 0,15$ /4/.

$$v_{Ed} = -700 / (30 \cdot 30 \cdot 1,133) \approx -0,69$$

$$\mu_{Ed} = 71,3 / (0,3 \cdot 30^2 \cdot 1,133) \approx 0,233$$

es wird abgelesen:

$$\omega_{tot} \approx 0,5$$

damit wird:

$$\text{erf } A_{s,tot} = 0,5 \cdot A_c \cdot f_{cd} / f_{yd} \approx 11,7 \text{ cm}^2$$

gewählt:

$$A_{s1} = A_{s2} = 2 \text{ } \varnothing 20 \text{ mm; damit wird vorh } A_{s,tot} = 12,6 \text{ cm}^2 > \text{ erf } A_{s,tot} = 11,7 \text{ cm}^2$$
$$> A_{s,min} = 0,15 \cdot N_{Ed} / f_{yd} = 0,15 \cdot 700 / 43,5 = 2,4 \text{ cm}^2$$

1.5 μ -Nomogramm

Aus den in Abschnitt 8.4 bereits ermittelten Werten e_0 und e_a ergibt sich:

$$M_{Ed1} = M_{Ed0} + N_{Ed} \cdot e_a$$
$$= N_{Ed} \cdot (e_0 + e_a)$$
$$= 700 \cdot (6,0 + 0,98)$$
$$= 4886 \text{ kNcm}$$
$$= 48,9 \text{ kNm}$$

$$\mu_{Ed1} = 48,9 / (0,3 \cdot 30^2 \cdot 1,133) \approx 0,16$$

$$l_0/h = 480 / 30$$
$$= 16$$

$$v_{Ed} = -700 / (30 \cdot 30 \cdot 1,133) \approx -0,69$$

Die Bemessung erfolgt mit dem μ -Nomogramm Nr. 6 für $h_1/h = 4,5/30 = 0,15 /2/$.

es wird abgelesen:

$$\omega_{\text{tot}} \approx 0,55$$

1.6 e/h-Diagramm

Aus den in Abschnitt 8.4 bereits ermittelten Werten e_0 und e_a ergibt sich:

$$e_1 = (e_0 + e_a) = 6,0 + 0,98 = 6,98 \text{ cm}$$

und damit:

$$e_1/h = (e_0 + e_a) / h = 6,98 / 30 \approx 0,233$$

$$l_0/h = 480 / 30 = 16$$

$$v_{\text{Ed}} = -700 / (30 \cdot 30 \cdot 1,133) \approx -0,69$$

Die Bemessung erfolgt mit dem e/h-Diagramm Nr. 5 für $h_1/h = 4,5/30 = 0,15 /2/$.

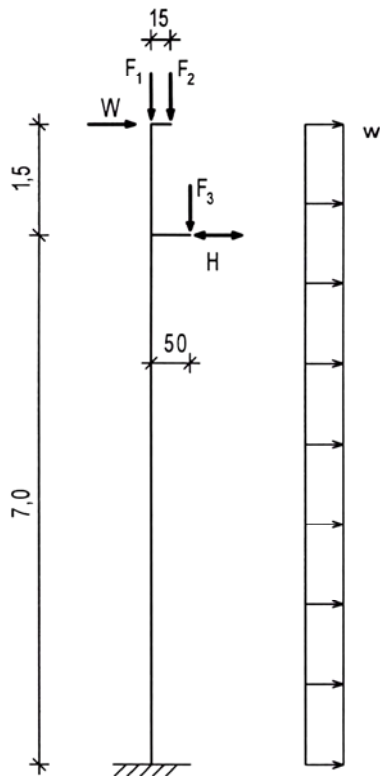
es wird abgelesen:

$$\omega_{\text{tot}} \approx 0,55$$

Beispiel 2:

Kragstütze in einer Produktionshalle (Fertigteilstütze)

1.1 System und Belastung



C 35/45

$$f_{cd} = 0,85 \cdot 3,5/1,5 = 1,983 \text{ kN/cm}^2$$

BSt 500 S

$$f_{yd} = 50,0/1,15 = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

Umgebungsklasse XC 3

min c = 2,0 cm

Rechteckquerschnitt

$$b/h/d = 50/50/43$$

F_1 : Eigenlast Stütze: 50 kN

F_2 : aus Dachbinder: $G = 80 \text{ kN}$

Ausmitte $e = 15 \text{ cm}$

$Q = 35 \text{ kN}$ (Schnee)

F_3 : aus Kranbahn: $G = 20 \text{ kN}$

Ausmitte $e = 50 \text{ cm}$

$Q = 40 \text{ kN}$

$H = +/- 10 \text{ kN}$

aus Wind: $w = 2,8 \text{ kN/m}$

$W = 5 \text{ kN}$

1.2 Ermittlung der Ersatzlänge und der Schlankheit

$$l_0 = 2 \cdot l_{\text{col}} = 2 \cdot 8,5 = 17,0 \text{ m} = 1700 \text{ cm}$$

$$i = h / \sqrt{12} = 14,43 \text{ cm}$$

$$\lambda = l_0 / i = 117,8$$

1.3 Notwendigkeit der Untersuchung am verformten System

$$N_{\text{Ed}} \leq -150 \cdot 1,35 - 1,5 \cdot 0,8 \cdot 40 - 1,5 \cdot 0,5 \cdot 35 \quad (\text{s. hierzu Kap. 9.4.5 u. 9.4.6})$$

$$\approx -277 \text{ kN}$$

$$v_{\text{Ed}} = \frac{N_{\text{Ed}}}{A_c \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{-277}{50 \cdot 50 \cdot 1,983} \approx -0,056$$

$$\lambda_{\text{max}} = 16 / \sqrt{|-0,056|} \approx 68$$

$$\text{vorh } \lambda = 117,8 > \lambda_{\text{max}}$$

→ Eine Untersuchung am verformten System nach Theorie II. Ordnung ist erforderlich !

1.4 Modellstützenverfahren

1.4.1 planmäßige Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung

aus ständigen Lasten:

$$M_{k,0} = 80 \cdot 0,15 + 20 \cdot 0,5 = 22 \text{ kNm}$$

aus Schnee:

$$M_{k,0} = 35 \cdot 0,15 = 5,25 \text{ kNm}$$

aus Wind:

$$M_{k,0} = 5 \cdot 8,5 + 2,8 \cdot 8,5^2 / 2 = 143,65 \text{ kNm}$$

aus Kranbahn:

$$M_{k,0} = 40 \cdot 0,5 + 10 \cdot 7,0 = 90 \text{ kNm}$$

1.4.2 Lastausmitte aus geometrischen Ersatzimperfektionen

$$e_a = \alpha_{a1} \cdot l_0 / 2$$

$$h_{\text{ges}} = l_{\text{col}} = 850 \text{ cm}$$

$$\alpha_{a1} = \frac{1}{100\sqrt{h_{\text{ges}}}} = \frac{1}{100\sqrt{8,5}} \approx \frac{1}{292}$$

$$e_a = \frac{1}{292} \cdot \frac{1700}{2} = 2,9 \text{ cm}$$

aus ständigen Lasten:

$$M_{k,a} = N_k \cdot e_a = (50 + 80 + 20) \cdot 2,9 / 100 = 4,35 \text{ kNm}$$

aus Schnee (Dachbinder):

$$M_{k,a} = 35 \cdot 2,9 / 100 = 1,02 \text{ kNm}$$

aus Kranbahn:

$$M_{k,a} = 40 \cdot 2,9 / 100 = 1,16 \text{ kNm}$$

1.4.3 zusätzliche Lastausmitte nach Theorie II. Ordnung

$K_1 = 1$ wegen $\lambda > 35$

$$N_{\text{bal}} = -(0,4 \cdot f_{\text{cd}} \cdot A_c) = -(0,4 \cdot 1,983 \cdot 50 \cdot 50) \approx -1983 \text{ kN}$$

$$|N_{\text{Ed}}| = |-277| \text{ kN} \ll |N_{\text{bal}}|$$

damit wird $K_2 = 1$

$$\frac{1}{r} = 2 \cdot K_2 \cdot \varepsilon_{\text{yd}} / (0,9 \cdot d) = 2 \cdot 1 \cdot 2,175 \cdot 10^{-3} / (0,9 \cdot 0,43) \approx \frac{1}{89} \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$$

und damit:

$$e_2 = K_1 \cdot (1/r) \cdot l_0^2 / 10 = 1 \cdot \frac{1}{89} \cdot 17,0^2 / 10 = 0,325 \text{ m} = 32,5 \text{ cm}$$

aus ständigen Lasten:

$$M_{k,2} = N_k \cdot e_2 = (50 + 80 + 20) \cdot 0,325 = 48,75 \text{ kNm}$$

aus Schnee (Dachbinder)

$$M_{k,2} = 35 \cdot 0,325 = 11,38 \text{ kNm}$$

aus Kranbahn

$$M_{k,2} = 40 \cdot 0,325 = 13,0 \text{ kNm}$$

1.4.4 Zusammenstellung der charakteristischen Einwirkungen

Einwirkung	G, ständig	Q, veränderlich		
		Schnee	Wind	Kranbahn
Kombinationsbeiwert ψ_0		0,5	0,6	0,8
N_k (kN)	- 150	- 35	-	- 40
$M_{k,0}$ (kNm)	22	5,25	143,65	90
$M_{k,a} = N_k \cdot e_a$ (kNm)	4,35	1,02	-	1,16
$M_{k,1} = M_{k,0} + M_{k,a}$ (kNm)	26,35	6,27	143,65	91,16
$M_{k,2} = N_k \cdot e_2$ (kNm)	48,75	11,38	-	13,0
$M_{k,\text{tot}} = M_{k,1} + M_{k,2}$ (kNm)	75,10	17,65	143,65	104,16

1.4.5 Ermittlung der in Frage kommenden Bemessungskombinationen

Entsprechend /2/ sind die Produkte

$$M_{Gk,z} = M_{Gk,tot} - N_{Gk} \cdot z \quad \text{und}$$

$$(1 - \psi_0) M_{Qk,z} = (1 - \psi_0) \cdot (M_{Qk,tot} - N_{Qk} \cdot z)$$

zu bilden, um zu erkennen, welche Einwirkungen günstig bzw. ungünstig wirken.

Für alle ständigen Einwirkungen ist in der Regel ein einheitlicher Sicherheitsbeiwert anzusetzen. Ständige Einwirkungen sind in Bezug auf die maßgebende Faser z insgesamt ungünstig, wenn bei üblicher Wahl des Koordinatensystems die Summe der Momente $M_{Gk,z}$ positiv ist; ist sie negativ, wirken ständige Einwirkungen insgesamt günstig.

Alle veränderlichen Einwirkungen mit positiven Werten $(1 - \psi_0) \cdot M_{Qk,z}$ haben auch positive Werte $\psi_0 \cdot M_{Qk,z}$. Sie wirken ungünstig und sind mit repräsentativem Wert $\psi_0 \cdot Q_k$ zu berücksichtigen. Die dominante Einwirkung (Leiteinwirkung), die ohne Kombinationsbeiwert mit Q_k zu berücksichtigen ist, ist die Einwirkung mit dem größten Anteil $(1 - \psi_0) \cdot M_{Qk,z}$, weil er der ungünstigste Anteil ist, der folglich nicht entfallen darf.

U.a. ergeben sich folgende Werte:

$$M_{Gk; 0,18} = 75,10 - (-150) \cdot 0,18 = 102,1 \text{ kNm}$$

$$M_{Gk; -0,18} = 75,10 - (-150) \cdot (-0,18) = 48,1 \text{ kNm}$$

$$(1 - \psi_0) M_{Qk; 0,18} \text{ (Schnee)} : (1 - 0,5) (17,65 - (-35) \cdot 0,18) = 11,98 \text{ kNm}$$

$$(1 - \psi_0) M_{Qk; -0,18} \text{ (Schnee)} : (1 - 0,5) (17,65 - (-35) \cdot (-0,18)) = 5,68 \text{ kNm}$$

Gesamtzusammenstellung:

z (m)	0,18	- 0,18
G, ständig (kNm)	102,1	48,1
Q, veränderlich (kNm)		
Schnee	11,98	5,68
Wind	57,46	57,46
Kranbahn	22,27	19,39

Für beide Fasern ergeben sich dieselben Verhältnisse für alle Einwirkungen, alle Werte sind positiv. Daraus folgt, dass alle Einwirkungen als ungünstig wirkend anzusetzen sind.

Von den veränderlichen Einwirkungen ist Wind die ungünstigste Einwirkung. Es genügt deshalb folgende Einwirkungskombination zu untersuchen:

$$E_d = 1,35 \cdot E_{G,k} + 1,5 \cdot E_{Q,k,Wind} + 1,5 \cdot 0,8 \cdot E_{Q,k,Kranbahn} + 1,5 \cdot 0,5 \cdot E_{Q,k,Schnee}$$

1.4.6 Bemessung

Die Bemessungsschnittgrößen ergeben sich damit zu:

$$N_{Ed} = 1,35 \cdot (-150) + 1,5 \cdot 0 + 1,5 \cdot 0,8 \cdot (-40) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot (-35) \\ \approx -277 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,1} = 1,35 \cdot 26,35 + 1,5 \cdot 143,65 + 1,5 \cdot 0,8 \cdot 91,16 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 6,27 \\ \approx 365 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed,2} = 1,35 \cdot 48,75 + 1,5 \cdot 0 + 1,5 \cdot 0,8 \cdot 13,0 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 11,38 \\ \approx 90 \text{ kNm}$$

Kriechauswirkungen sind zu berücksichtigen, da ein verschiebliches System vorliegt.

$$M_{Gd,0} = 1,35 \cdot 22,0 \\ \approx 30 \text{ kNm}$$

$$K_c = 1 + \frac{M_{Gd,0}}{M_{Ed,1}} = 1 + \frac{30}{365} = 1,082$$

damit wird das Bemessungsmoment:

$$M_{Ed,tot} = M_{Ed,1} + K_c \cdot M_{Ed,2} \\ = 365 + 1,082 \cdot 90 \\ \approx 462 \text{ kNm}$$

Die Bemessung erfolgt mit dem Interaktionsdiagramm für $d_1/h = 7/50 \leq 0,15$ aus /4/

$$\nu_{Ed} = -277 / (50 \cdot 50 \cdot 1,983) \approx -0,06$$

$$\mu_{Ed} = 462 / (0,5 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 1,983) \approx 0,19$$

es wird abgelesen:

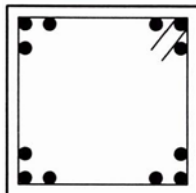
$$\omega_{tot} \approx 0,46$$

damit wird:

$$\text{erf } A_{s,tot} = 0,46 \cdot A_c \cdot f_{cd} / f_{yd} \approx 52,4 \text{ cm}^2$$

gewählt:

$$A_{s1} = A_{s2} = 6 \text{ } \varnothing 25$$



$$\text{Damit vorh } A_{s,tot} = 58,9 \text{ cm}^2$$

$$> A_{s,min} = 0,15 \cdot 277/43,5 = 0,96 \text{ cm}^2$$

$$< A_{s,max} = 0,09 \cdot A_c = 225 \text{ cm}^2 \text{ auch im Stoßbereich}$$

1.5 μ -Nomogramm

Aus den in Abschnitt 9.4.4 zusammengestellten charakteristischen Einwirkungen ergibt sich mit den Überlegungen aus Abschnitt 9.4.5:

$$M_{Ed,1} \approx 365 \text{ kNm}$$

$$\mu_{Ed} = 365 / (0,5 \cdot 50^2 \cdot 1,983) \approx 0,15$$

$$l_{0,c} / h = \sqrt{K_c} \cdot l_0 / h = \sqrt{1,082} \cdot 1700 / 50 = 35,4$$

wie zuvor in Abschnitt 9.4.6 ergeben sich:

$$N_{Ed} \approx -277 \text{ kN}$$

$$v_{Ed} \approx -0,06$$

Die Bemessung erfolgt mit dem μ -Nomogramm Nr. 6 für $h_1/h = 7/50 \leq 0,15$ aus /4/.

es wird abgelesen:

$$\omega_{tot} \approx 0,46$$

Literatur

- /1/ Stahlbetonbau aktuell 2002, R. Avak / A. Goris (Hrsg.), Beuth Verlag / Werner Verlag, 2002
- /2/ Bemessung von schlanken Bauteilen für den durch Tragwerksverformungen beeinflussten Grenzzustand der Tragfähigkeit – Stabilitätsnachweis, Kordina / Quast, in Betonkalender 2002, Teil 1, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2002
- /3/ Stahlbeton im Hochbau nach EC2, Heydel / Krings / Herrmann, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1995
- /4/ Bautabellen für Ingenieure, 14. Auflage, K.-J. Schneider (Hrsg.), Werner Verlag, Düsseldorf, 2001
- /5/ Stahlbeton- und Spannbetontragwerke: Berechnung, Bemessung und Konstruktion; Bieger, Lierse, Roth; Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1993